

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Departamento de Circuitos Elétricos

Eletrônica Analógica I

CEL114 / CE5114

Apostila de aulas

Parte 2: Diodos e suas Aplicações

Capítulo 3: Diodos

Agradecimentos

Agradeço aos professores Carlos Augusto Duque, Leandro Manso e Eder Kapisch pelo apoio, pela confiança e pelo exemplo ao longo da minha formação e do período em que estive à frente desta disciplina.

Agradeço à Universidade Federal de Juiz de Fora pela oportunidade de atuar como professor substituto durante dois anos, período em que conciliei a docência com o doutorado. Foi um tempo de muito aprendizado, e boa parte do que está nestas páginas nasceu das dúvidas, das perguntas e das sugestões dos alunos que passaram pelas minhas turmas.

Esta apostila, como qualquer material de ensino, está sempre em evolução. Cada turma aponta um trecho que pode ser explicado melhor, um exemplo que faltava, uma figura que ajudaria. Agradeço desde já a quem contribuir com correções e sugestões.

Por fim, uma palavra aos alunos. Não faz muito tempo, eu estava sentado do mesmo lado da sala em que vocês estão agora, nesta mesma faculdade, estudando esta mesma matéria. As dificuldades que vocês vão encontrar aqui são as mesmas que eu encontrei, e elas passam com estudo e persistência. Que isso sirva de motivação: o caminho de quem está hoje na carteira pode muito bem levar, amanhã, ao outro lado do quadro.

Victor Mendes Ribeiro

Sumário

II	Diodos e suas Aplicações	1
3	Diodos	3
3.1	Semicondutores	3
3.1.1	Condutores, isolantes e semicondutores	3
3.1.2	Estrutura cristalina	4
3.1.3	Níveis e bandas de energia	4
3.1.4	Portadores de carga: elétrons e lacunas	5
3.1.5	Material intrínseco e extrínseco	5
3.1.6	A junção <i>pn</i> e a região de depleção	6
3.1.7	Polarização direta e reversa	7
3.2	O diodo ideal	7
3.2.1	Como analisar circuitos com diodos	8
3.2.2	Portas lógicas com diodos	9
3.3	Modelo exponencial do diodo	10
3.3.1	Análise de um circuito com o modelo exponencial	11
3.4	Modelos lineares por segmentos	16
3.4.1	Modelo por segmentos de reta	16
3.4.2	Modelo de queda de tensão constante	17
3.4.3	Comparação dos modelos	17
3.5	Modelo de pequenos sinais	17
3.5.1	Regulação de tensão com diodos em série	19
3.6	Resumo dos modelos do diodo	20
3.7	Região de ruptura e diodo Zener	20
3.7.1	Regulador com Zener	21
3.8	Circuitos limitadores	22
3.9	Retificadores	23
3.9.1	O transformador	23
3.9.2	Retificador de meia onda	24
3.9.3	Retificador de onda completa com derivação central	24

3.9.4	Retificador em ponte	25
3.9.5	Filtro capacitivo: o retificador de pico	25
3.9.6	Fonte completa: filtro seguido de regulador Zener	26
3.10	Prática de laboratório 4: circuitos retificadores	27
	Resumo do capítulo	29
	Exercícios	29
	Gabarito dos exercícios	33

PARTE II

Diodos e suas Aplicações

O capítulo segue a mesma ideia da Parte 1: primeiro o fenômeno físico, depois uma sequência de modelos, do mais simples ao mais fiel, e por fim os circuitos. Escolher o modelo certo para cada pergunta (Seção 1.1) é boa parte do trabalho de analisar um circuito com diodos.

3.1.1 Condutores, isolantes e semicondutores

													13	14	15				
H																He			
Li	Be													B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg													Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr		
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe		

● **aceitadores**
(3 elétrons)

● **semicondutores**
(4 elétrons)

● **doadores**
(5 elétrons)

3

3.1.2 Estrutura cristalina

Num sólido **cristalino**, os átomos se organizam num arranjo altamente ordenado, que se repete de forma simétrica nas três dimensões. O silício cristaliza na estrutura do diamante: cada átomo fica no centro de um tetraedro formado por quatro vizinhos, e a célula que se repete é cúbica. Cada átomo compartilha seus quatro elétrons de valência com os quatro vizinhos, formando **ligações covalentes**. Na Fig. 3.2, essa estrutura tridimensional está representada no plano.

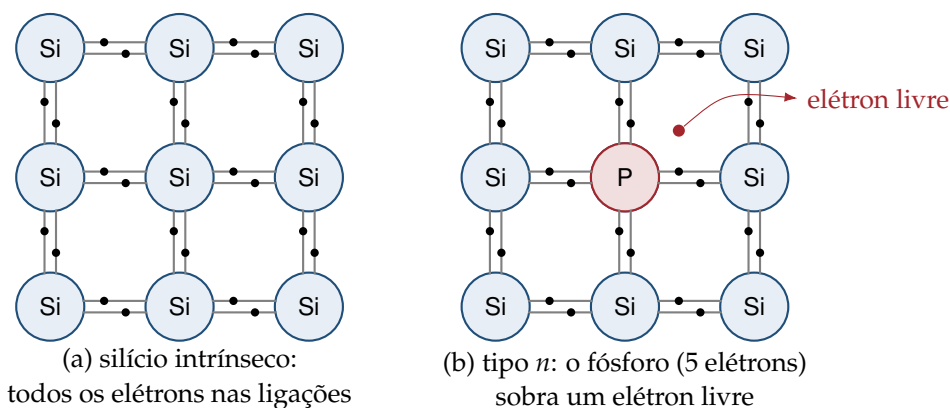


Figura 3.2. Representação plana do cristal de silício. Cada par de traços é uma ligação covalente com dois elétrons compartilhados.

3.1.3 Níveis e bandas de energia

Num átomo isolado, o elétron só pode ocupar níveis discretos de energia (o modelo de Bohr): quanto mais longe do núcleo, maior a energia. Para passar de um nível a outro, o elétron precisa absorver ou emitir exatamente a diferença de energia entre eles, $\Delta E = h\nu$.

Num cristal, com um número enorme de átomos próximos, cada nível se desdobra em muitos níveis muito próximos, que formam faixas contínuas, as **bandas**. Duas importam:

- a **banda de valência**, com os elétrons presos nas ligações;
- a **banda de condução**, com os elétrons livres para se mover pelo cristal.

Entre elas há um intervalo proibido, o *gap* E_g . O tamanho do *gap* é o que distingue os três tipos de material:

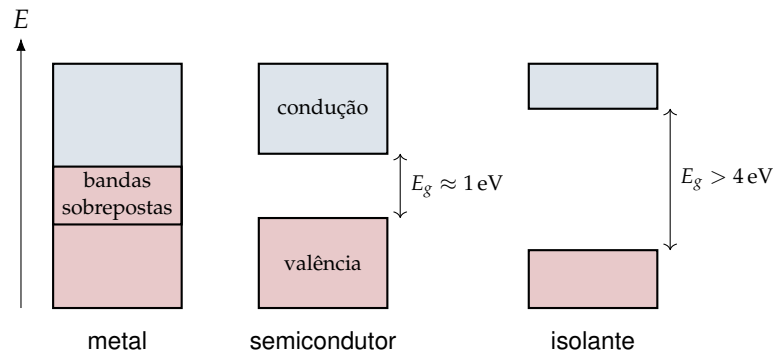


Figura 3.3. Bandas de energia de um metal, de um semicondutor e de um isolante. No silício, $E_g \approx 1,12 \text{ eV}$; no germânio, $0,66 \text{ eV}$.

No metal as bandas se sobrepõem e sempre há elétrons livres. No isolante o gap é tão grande que, à temperatura ambiente, quase nenhum elétron consegue atravessá-lo. No semicondutor o gap é pequeno: a energia térmica é suficiente para levar alguns elétrons para a banda de condução, e esse número cresce muito com a temperatura.

3.1.4 Portadores de carga: elétrons e lacunas

Um **portador de carga** é qualquer partícula que pode transportar carga elétrica pelo material. Quando um elétron salta da valência para a condução, ele deixa para trás uma **lacuna**: a ausência de um elétron numa ligação. Um elétron de uma ligação vizinha pode ocupar essa lacuna, deixando outra no seu lugar; o efeito líquido é uma carga positiva que se desloca. Assim, num semicondutor há dois tipos de portador: **elétrons** (carga negativa) na banda de condução e **lacunas** (carga positiva) na banda de valência.

3.1.5 Material intrínseco e extrínseco

Um material **intrínseco** é o semicondutor puro, sem nenhum outro elemento na estrutura. Nele, elétrons e lacunas são criados aos pares, e a concentração de cada um, n_i , é fixa para uma dada temperatura. Em qualquer caso, em equilíbrio vale a lei de ação de massas:

$$n p = n_i^2. \quad (3.1)$$

Um material **extrínseco**, ou **dopado**, tem impurezas inseridas propositalmente na estrutura, o que muda a densidade de portadores e, com ela, as características elétricas:

- **Tipo n** : impurezas do grupo 15 (fósforo, arsênio), chamadas **doadoras**. Quatro dos cinco elétrons de valência participam das ligações e o quinto fica praticamente livre. Os elétrons são os portadores *majoritários*, com concentração $n \approx N_D$ (a concentração de doadores); as lacunas são as *minoritárias*, $p \approx n_i^2 / N_D$.
- **Tipo p** : impurezas do grupo 13 (boro), chamadas **aceitadoras** ou receptoras. Falta um elétron para completar as ligações, o que cria uma lacuna. As lacunas são as *majoritárias*, $p \approx N_A$; os elétrons, os *minoritários*, $n \approx n_i^2 / N_A$.

Em ambos os casos o material continua eletricamente neutro: cada portador livre tem, fixo no cristal, o íon da impureza que o originou (um íon positivo no tipo n , um íon negativo no tipo p).

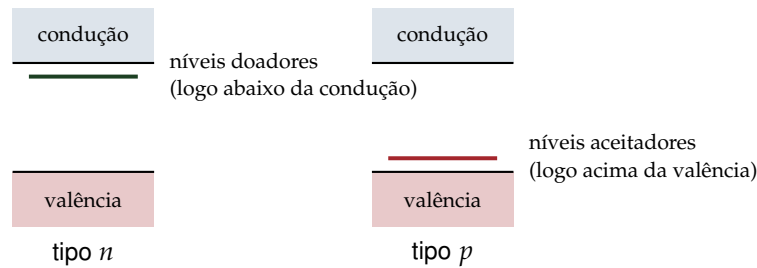


Figura 3.4. Efeito da dopagem nas bandas: os doadores criam níveis logo abaixo da banda de condução; os aceitadores, logo acima da banda de valência.

3.1.6 A junção pn e a região de depleção

O diodo é uma junção entre uma região p e uma região n no mesmo cristal. Assim que as duas regiões se tocam, os portadores majoritários se difundem para o lado onde são escassos: lacunas passam do p para o n e elétrons do n para o p , e se recombinam perto da junção.

Com isso, perto da junção ficam só os íons fixos, que não se movem: negativos do lado p e positivos do lado n . Essa faixa sem portadores livres é a **região de depleção** (“esvaziada” de portadores). Os íons descobertos criam um campo elétrico que aponta do lado n para o p e empurra os portadores de volta, opondo-se à difusão. O equilíbrio é atingido quando esse campo impede a difusão de continuar; a diferença de potencial entre os dois lados é a **barreira de potencial**, de cerca de 0,7 V no silício.

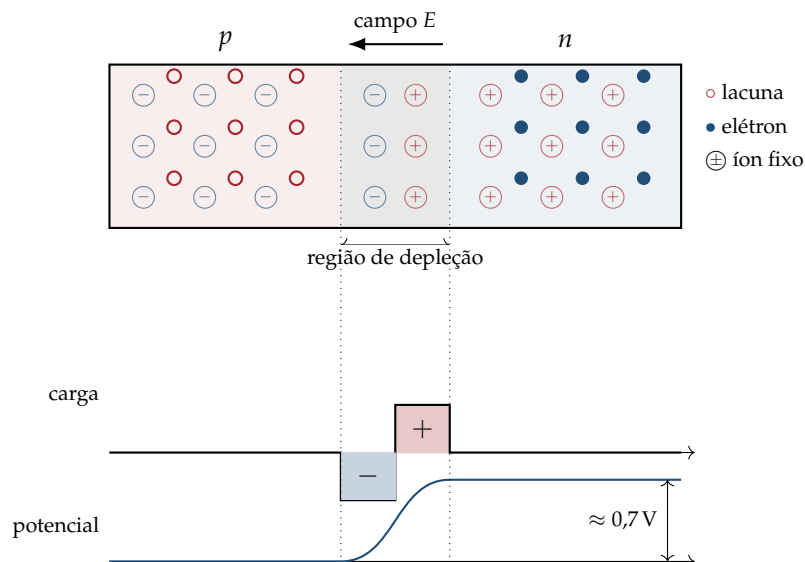
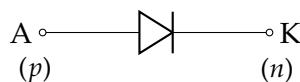


Figura 3.5. Junção pn em equilíbrio. A região de depleção contém apenas íons fixos; a carga desses íons cria o campo interno e a barreira de potencial.



O símbolo do diodo: o anodo (A) corresponde ao lado p e o catodo (K) ao lado n ; a seta indica o sentido em que a corrente passa.

3.1.7 Polarização direta e reversa

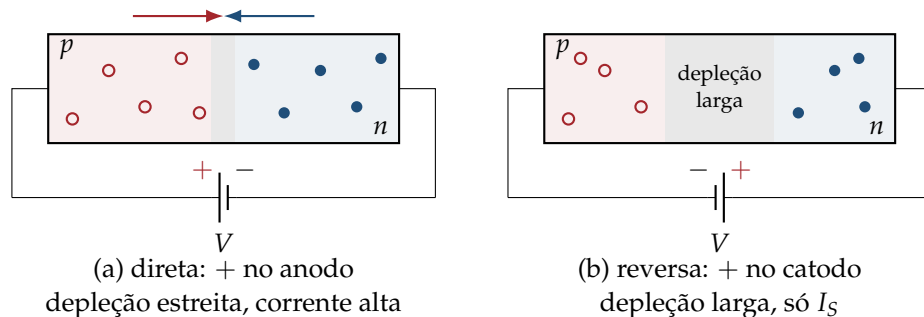


Figura 3.6. Junção pn polarizada. Em (a), a fonte empurra lacunas e elétrons em direção à junção, a região de depleção encolhe e a barreira diminui. Em (b), a fonte puxa os portadores para longe da junção, e a região de depleção se alarga.

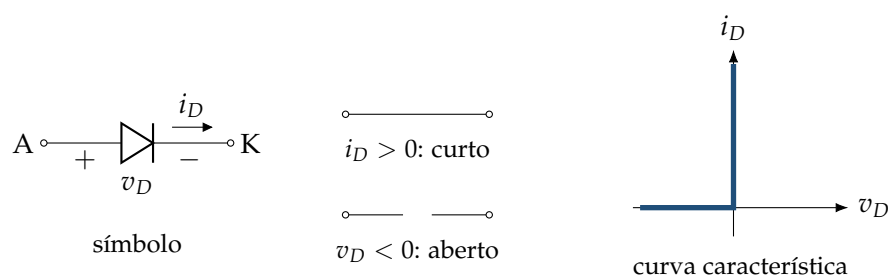
- **Polarização direta** (anodo mais positivo que o catodo, Fig. 3.6a): ao aplicar uma tensão positiva no lado p , a fonte empurra as lacunas do lado p e os elétrons do lado n em direção à junção. Os íons da região de depleção voltam a ser neutralizados, a região encolhe e a barreira diminui. Quando a tensão aplicada se aproxima de 0,7 V, a barreira praticamente desaparece e os majoritários atravessam a junção em grande quantidade: a corrente cresce exponencialmente com a tensão. O diodo se comporta como uma chave fechada, com uma pequena queda de tensão.
- **Polarização reversa** (catodo mais positivo, Fig. 3.6b): a fonte puxa os majoritários para longe da junção, a região de depleção se alarga e a barreira aumenta. A difusão cessa, e resta apenas a pequena corrente dos portadores minoritários, a **corrente de saturação reversa** I_S , tipicamente de 10^{-15} a 10^{-9} A. O diodo se comporta como uma chave aberta.

A relação entre corrente e tensão nas duas situações é dada pela **equação de Shockley**, estudada na Seção 3.3:

$$i_D = I_S \left(e^{v_D/nV_T} - 1 \right). \quad (3.2)$$

3.2 O diodo ideal

O modelo mais simples ignora a queda de tensão e a corrente reversa: o diodo é uma chave controlada pela polaridade.



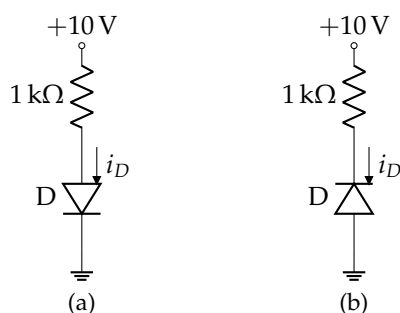
Diodo ideal. Polarizado diretamente, conduz qualquer corrente com $v_D = 0$ (curto-circuito). Polarizado reversamente, bloqueia qualquer tensão com $i_D = 0$ (circuito aberto). O circuito externo deve limitar a corrente direta.

3.2.1 Como analisar circuitos com diodos

Como não se sabe de antemão se cada diodo conduz, o método é por hipótese:

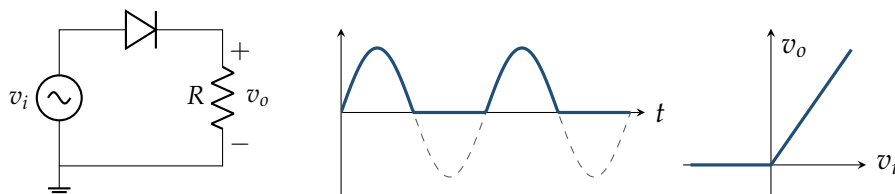
1. Suponha um estado para cada diodo (conduzindo ou cortado).
2. Substitua cada diodo pelo modelo correspondente (curto ou aberto) e resolva o circuito linear.
3. Verifique: um diodo suposto em condução deve ter $i_D > 0$; um diodo suposto em corte deve ter $v_D < 0$.
4. Se alguma verificação falhar, troque a hipótese daquele diodo e refaça.

Exemplo 3.1 (Correntes com diodo ideal). Calcule i_D nos dois circuitos, com diodo ideal.



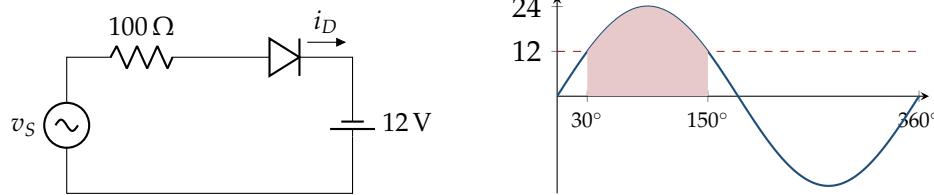
Solução. (a) O anodo está do lado da fonte: o diodo conduz, vira curto e $i_D = 10/1\text{ k} = 10\text{ mA}$. (b) O diodo está invertido: fica reversamente polarizado, vira aberto e $i_D = 0$. Toda a tensão da fonte aparece sobre ele.

Exemplo 3.2 (Retificador com diodo ideal). Uma senoide v_i alimenta um diodo em série com um resistor. Esboce $v_o(t)$ e a característica de transferência $v_o \times v_i$.



Solução. No semiciclo positivo o diodo conduz e $v_o = v_i$; no negativo, corta e $v_o = 0$. A característica de transferência tem inclinação 1 para $v_i > 0$ e é nula para $v_i < 0$. Esse é o **retificador de meia onda**, estudado na Seção 3.9.

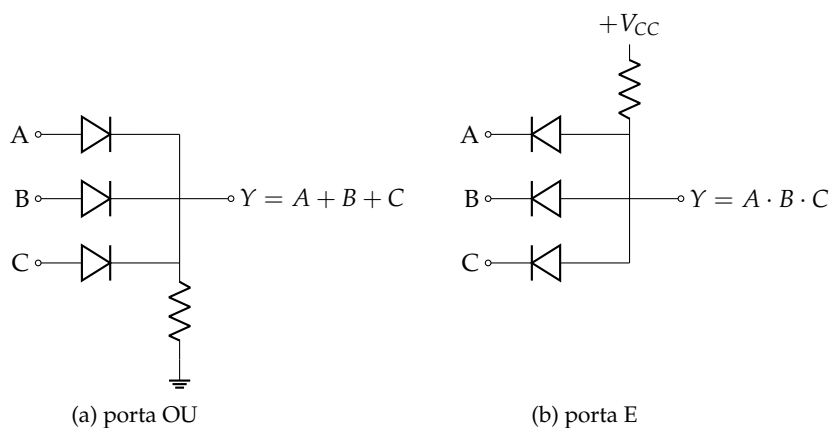
Exemplo 3.3 (Sedra, Ex. 4.1: carregador de bateria). Uma fonte $v_S = 24 \sin \theta$ V carrega uma bateria de 12 V através de um diodo ideal e de um resistor de $100\ \Omega$. Calcule a fração do ciclo em que o diodo conduz e a corrente de pico.



Solução. O diodo conduz quando $v_S > 12\text{ V}$: $24 \sin \theta = 12 \Rightarrow \theta = 30^\circ$ e $\theta = 150^\circ$. Ele conduz durante 120° de 360° , isto é, um terço do ciclo. A corrente de pico ocorre em $\theta = 90^\circ$: $I_d = (24 - 12)/100 = 0,12\text{ A}$.

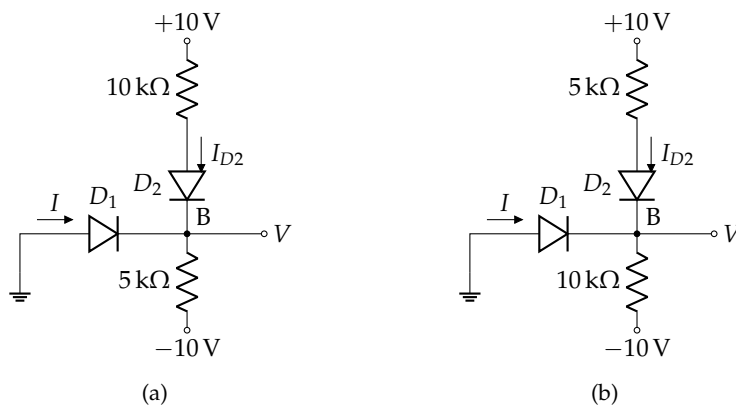
3.2.2 Portas lógicas com diodos

Circuitos com vários diodos. Com mais de um diodo, não dá para saber de antemão quais conduzem. Suponha um estado para *cada* diodo (conduzindo ou cortado), resolva o circuito com essas hipóteses e verifique todas: cada diodo suposto em condução deve ter $i_D > 0$ e cada diodo suposto cortado deve ter $v_D < 0$. Se qualquer verificação falhar, a hipótese estava errada: troque o estado daquele diodo e refaça o cálculo. O Exemplo 3.4, a seguir, mostra esse processo.



Com níveis lógicos de 0 e 5 V: em (a), se qualquer entrada estiver em 5 V, o diodo correspondente conduz e leva a saída a 5 V; a saída só é 0 se todas forem 0. Em (b), se qualquer entrada estiver em 0, o diodo correspondente conduz e prende a saída em 0; a saída só vai a V_{CC} se todas as entradas estiverem em nível alto.

Exemplo 3.4 (Sedra, Ex. 4.2: dois diodos). Calcule I e V nos dois circuitos, com diodos ideais.



Solução. (a) Supondo os dois diodos conduzindo: D_1 em curto leva B ao terra, logo $V = V_B = 0$. Então $I_{D2} = (10 - 0)/10\text{k} = 1\text{ mA}$. No nó B, a corrente que desce por $5\text{k}\Omega$ é $(0 - (-10))/5\text{k} = 2\text{ mA}$, logo $I = 2 - 1 = 1\text{ mA} > 0$. Hipótese confirmada: $I = 1\text{ mA}$ e $V = 0\text{ V}$.

(b) Com a mesma hipótese: $I_{D2} = 10/5\text{k} = 2\text{ mA}$ e a corrente em $10\text{k}\Omega$ é $10/10\text{k} = 1\text{ mA}$, o que daria $I = 1 - 2 = -1\text{ mA} < 0$. Impossível: D_1 está cortado. Nova hipótese, só D_2 conduzindo: $I_{D2} = (10 - (-10))/(5\text{k} + 10\text{k}) = 1,33\text{ mA}$ e $V = V_B = -10 + 10\text{k} \cdot 1,33\text{ mA} = 3,33\text{ V}$. Verificação: D_1 tem o anodo no terra e o catodo em B, logo $v_{D1} = 0 - 3,33 < 0$ e ele está de fato cortado. Resultado: $I = 0$ e $V = 3,33\text{ V}$.

3.3 Modelo exponencial do diodo

A curva característica real do diodo de silício tem três regiões:

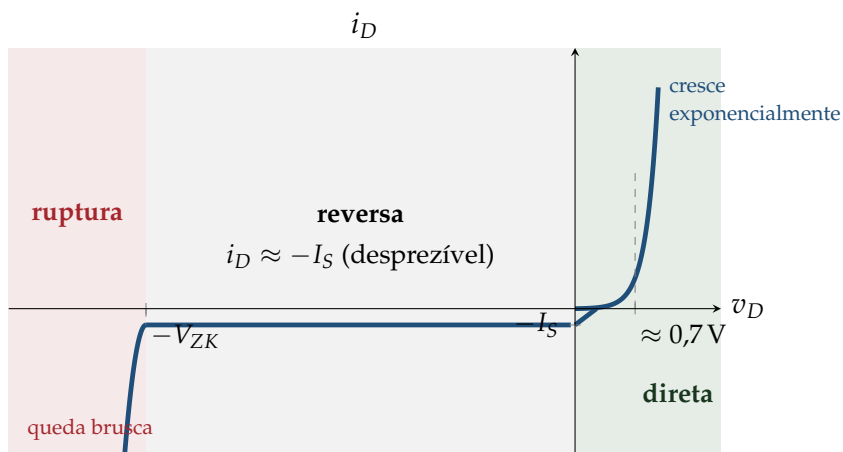


Figura 3.7. Curva característica do diodo de silício, com as regiões de ruptura, reversa e direta. A figura está fora de escala: a corrente reversa, de nanoampères ou menos, foi exagerada para ficar visível, e V_{ZK} pode ser de dezenas ou centenas de volts.

- **Região direta** ($v_D > 0$): a corrente é desprezível até cerca de $0,5\text{ V}$ e cresce exponencialmente a partir daí. Para correntes usuais, a tensão fica entre $0,6\text{ V}$ e $0,8\text{ V}$.
- **Região reversa** ($-V_{ZK} < v_D < 0$): a corrente é praticamente constante e igual a $-I_S$, muito pequena.

- **Região de ruptura** ($v_D < -V_{ZK}$): a tensão reversa é suficiente para romper a junção, e a corrente cresce bruscamente com tensão quase constante. Em diodos comuns deve ser evitada; os diodos Zener (Seção 3.7) são feitos para operar nela.

Equação de Shockley.

$$i_D = I_S \left(e^{v_D/nV_T} - 1 \right) \xrightarrow{i_D \gg I_S} i_D \approx I_S e^{v_D/nV_T}, \quad v_D = nV_T \ln \frac{i_D}{I_S}. \quad (3.3)$$

- I_S : corrente de saturação reversa, proporcional à área da junção e fortemente dependente da temperatura.
- $V_T = kT/q$: tensão térmica, com $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e T em kelvin. À temperatura ambiente, $V_T \approx 25 \text{ mV}$.
- n : fator de idealidade, entre 1 e 2, que depende do material e da construção.

Duas consequências práticas da exponencial:

- **Tensão por década.** Para duas correntes I_1 e I_2 ,

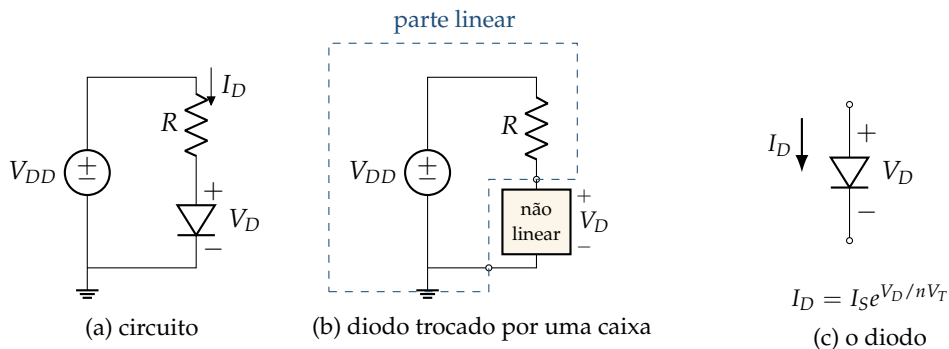
$$V_2 - V_1 = nV_T \ln \frac{I_2}{I_1} = 2,3 nV_T \log \frac{I_2}{I_1}.$$

A cada década de corrente, a tensão aumenta $2,3 nV_T$: cerca de 60 mV com $n = 1$ e 120 mV com $n = 2$. É por isso que a tensão direta varia tão pouco numa faixa grande de correntes.

- **Temperatura.** Para corrente constante, v_D diminui cerca de 2 mV a cada grau Celsius de aumento de temperatura.

3.3.1 Análise de um circuito com o modelo exponencial

Considere o circuito mais simples com um diodo: uma fonte V_{DD} , um resistor R e o diodo. Para analisá-lo, é útil separar o circuito em duas partes: a parte linear (fonte e resistor), que se resolve com as leis de Kirchhoff, e o elemento não linear (o diodo), que tem a sua própria equação.



A parte linear, vista pelos terminais do diodo, impõe a lei de Kirchhoff da malha, $V_{DD} = RI_D + V_D$. O diodo impõe a sua equação. O resultado é um **sistema de duas equações com**

duas incógnitas (I_D e V_D):

$$\begin{cases} I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} & \text{(reta de carga: equação linear, vem do circuito)} \\ I_D = I_S e^{V_D/nV_T} & \text{(curva do diodo: equação não linear, vem do componente)} \end{cases} \quad (3.4)$$

Substituindo uma na outra, $I_S e^{V_D/nV_T} = (V_{DD} - V_D)/R$: uma equação transcendental, que não tem solução algébrica. Há duas formas principais de resolvê-la:

- **método gráfico**: desenhar as duas curvas no mesmo plano e ler a interseção;
- **método iterativo**: usar cada equação para corrigir a outra, alternadamente, até que o resultado pare de mudar.

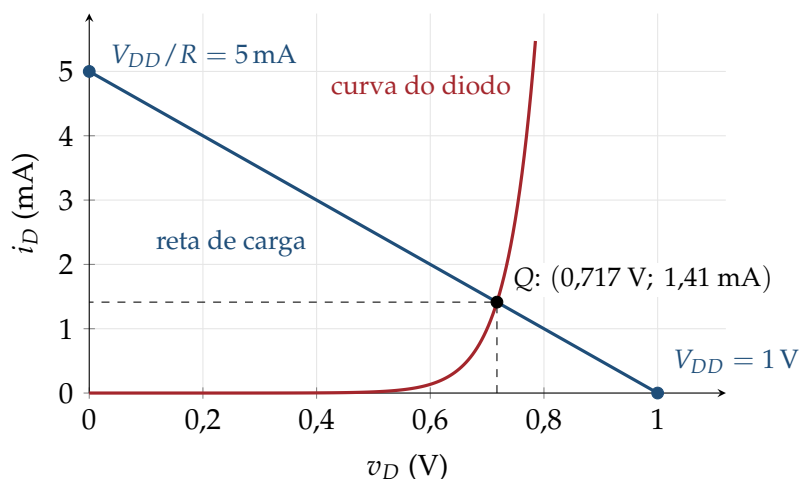
Os dois partem do mesmo sistema; o primeiro dá intuição, o segundo dá precisão.

Método gráfico

Traçam-se as duas curvas no mesmo plano $i_D \times v_D$. A **reta de carga** é a equação da malha, $I_D = (V_{DD} - V_D)/R$, e fica definida pelos pontos em que corta os eixos:

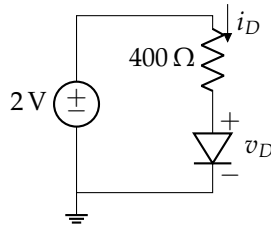
$$v_D = 0 \Rightarrow i_D = \frac{V_{DD}}{R} \text{ (eixo vertical),} \quad i_D = 0 \Rightarrow v_D = V_{DD} \text{ (eixo horizontal).}$$

A curva do diodo, $i_D = I_S e^{v_D/nV_T}$, precisa de vários pontos. O cruzamento das duas é o **ponto de operação Q**: o único par (V_D, I_D) que satisfaz as duas equações ao mesmo tempo.



Nesse gráfico, $V_{DD} = 1 \text{ V}$, $R = 200 \Omega$ e o diodo tem $n = 2$ e 1 mA em $0,7 \text{ V}$: é o circuito do exemplo iterativo mais adiante. O método gráfico dá uma boa intuição (a reta de carga se desloca paralelamente se V_{DD} muda e gira em torno do ponto $(V_{DD}, 0)$ se R muda), mas a precisão depende da escala do desenho.

Exemplo 3.5 (Método gráfico passo a passo). No circuito abaixo, $V_{DD} = 2 \text{ V}$ e $R = 400 \Omega$. O diodo tem $n = 2$, $V_T = 25 \text{ mV}$ e conduz 1 mA em $0,7 \text{ V}$. Escreva a equação da reta de carga e a equação do diodo, trace as duas e encontre o ponto de operação.



Solução. *Reta de carga.* Pela malha, $2 = 400 i_D + v_D$, logo

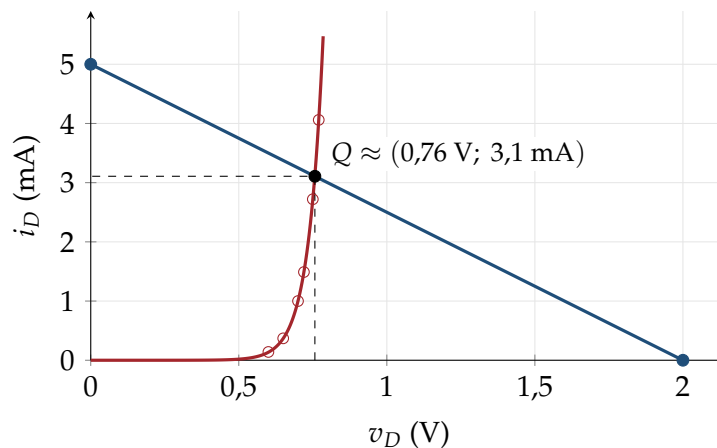
$$i_D = \frac{2 - v_D}{400} = 5 \text{ mA} - \frac{v_D}{400 \Omega}.$$

Ela corta o eixo vertical em $i_D = 2/400 = 5 \text{ mA}$ (com $v_D = 0$) e o horizontal em $v_D = 2 \text{ V}$ (com $i_D = 0$).

Equação do diodo. $nV_T = 0,05 \text{ V}$ e $I_S = 10^{-3}e^{-0,7/0,05} = 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ A}$, logo $i_D = 8,3 \times 10^{-10} e^{v_D/0,05}$. É mais prático escrever em relação ao ponto conhecido: $i_D = 1 \text{ mA} \cdot e^{(v_D - 0,7)/0,05}$.

Alguns pontos:

v_D (V)	0,60	0,65	0,70	0,72	0,75	0,77
i_D (mA)	0,14	0,37	1,00	1,49	2,72	4,06



O cruzamento dá $V_D \approx 0,76 \text{ V}$ e $I_D \approx 3,1 \text{ mA}$. Conferindo: a reta dá $(2 - 0,76)/400 = 3,1 \text{ mA}$ e o diodo dá $e^{(0,76 - 0,7)/0,05} = 3,3 \text{ mA}$, uma diferença pequena, própria da leitura no gráfico. O método iterativo leva a $I_D = 3,108 \text{ mA}$ e $V_D = 0,757 \text{ V}$.

Método numérico iterativo

Usa-se cada equação para corrigir a outra, alternadamente:

1. Chute inicial $V_D^{(0)}$, por exemplo $0,7 \text{ V}$.
2. Corrente pela reta de carga: $I_D^{(k)} = (V_{DD} - V_D^{(k-1)})/R$.
3. Tensão pela equação do diodo: $V_D^{(k)} = nV_T \ln(I_D^{(k)}/I_S)$.
4. Critério de parada: se $|V_D^{(k)} - V_D^{(k-1)}| < \varepsilon_v$, pare; senão, volte ao passo 2.

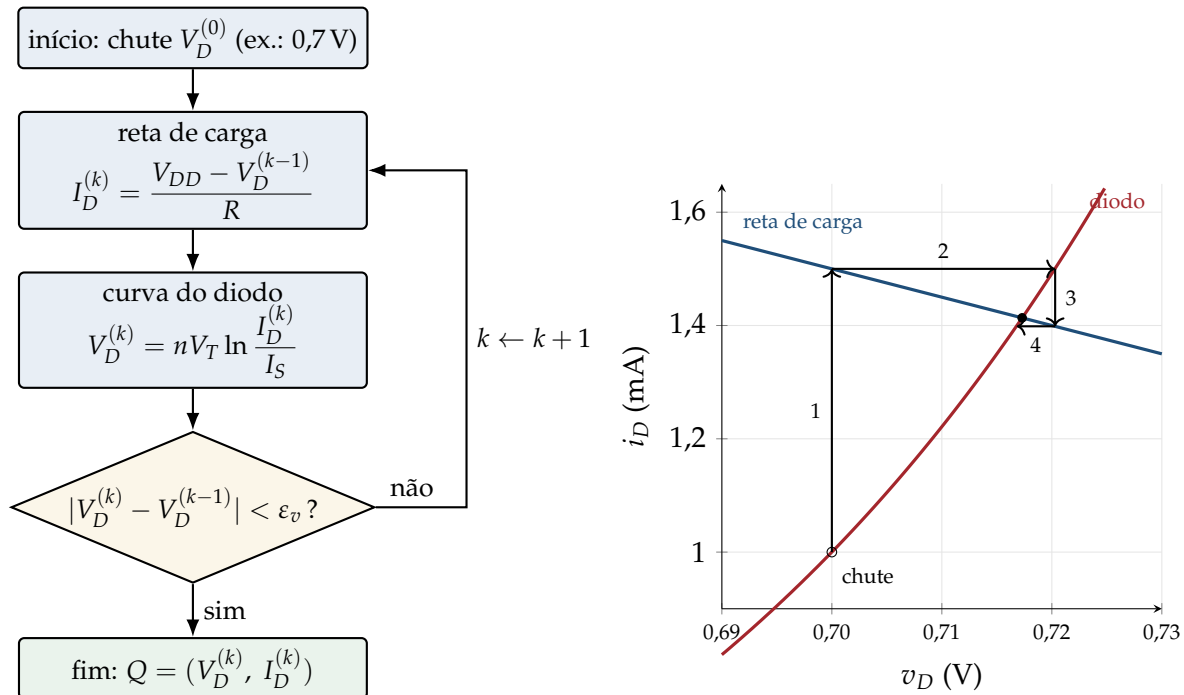


Figura 3.8. Diagrama de iteração. À esquerda, o fluxograma do método. À direita, o mesmo processo desenhado sobre as duas curvas ($V_{DD} = 1\text{ V}$, $R = 200\ \Omega$, $n = 2$): partindo do chute, sobe-se na vertical até a reta de carga (passo 1, calcula I_D), anda-se na horizontal até a curva do diodo (passo 2, calcula V_D), e assim por diante. Os passos formam uma escada que converge para a interseção Q .

O método converge rápido porque a exponencial é muito íngreme: um erro grande na corrente vira um erro pequeno na tensão. A Fig. 3.8 mostra o processo como fluxograma e como uma escada sobre as duas curvas: cada passo vertical usa a reta de carga, cada passo horizontal usa a curva do diodo.

Obtendo I_S . Os problemas raramente dão I_S diretamente. Em geral dão um ponto da curva (por exemplo, 1 mA em 0,7 V) e n , ou a variação de tensão por década. Então $I_S = I_D e^{-V_D/nV_T}$, e se for dada a tensão por década ΔV , $nV_T = \Delta V/2,3$.

Exemplo 3.6 (Sedra, Ex. 4.4). No circuito acima, $V_{DD} = 5\text{ V}$ e $R = 1\text{ k}\Omega$. O diodo tem corrente de 1 mA em 0,7 V e sua tensão varia 0,1 V por década de corrente. Calcule I_D e V_D com $\varepsilon_v = 0,001\text{ V}$.

Solução. Parâmetros: $nV_T = 0,1/2,3 = 0,04343\text{ V}$ e $I_S = 10^{-3}e^{-0,7/0,04343} = 1,0 \cdot 10^{-10}\text{ A}$.

Iteração	$I_D = (5 - V_D)/1\text{ k}$	$V_D = nV_T \ln(I_D/I_S)$	$ \Delta V_D $
0		0,7000 V	
1	4,300 mA	0,7633 V	0,0633 V
2	4,237 mA	0,7627 V	0,0006 V < ε_v

Resultado: $I_D = 4,237\text{ mA}$ e $V_D = 0,763\text{ V}$.

Exemplo 3.7 (Iterativo com $n = 2$). Com $V_{DD} = 1\text{ V}$ e $R = 200\ \Omega$, o diodo tem $n = 2$, $V_T = 25\text{ mV}$ e conduz 1 mA em 0,7 V. Encontre o ponto de operação com $\varepsilon_v = 0,001\text{ V}$.

Solução. $nV_T = 0,05 \text{ V}$ e $I_S = 10^{-3} e^{-0,7/0,05} = 8,32 \cdot 10^{-10} \text{ A}$.

Iteração	I_D	V_D	$ \Delta V_D $
0		0,7000 V	
1	1,500 mA	0,7203 V	0,0203 V
2	1,399 mA	0,7168 V	0,0035 V
3	1,416 mA	0,7174 V	0,0006 V $< \varepsilon_v$

Resultado: $I_D \approx 1,41 \text{ mA}$ e $V_D \approx 0,717 \text{ V}$, o ponto Q do gráfico do método gráfico. Com V_{DD} baixo, a queda no diodo é uma fração grande da fonte e a corrente depende muito dela; por isso a primeira correção é grande.

O método iterativo é fácil de programar. Um exemplo em Python, que imprime a tabela de iterações:

metodo_iterativo_diodo.py

```

1  from math import exp, log
2
3  # Parâmetros do circuito e do diodo
4  VDD = 1.0      # tensão da fonte (V)
5  R   = 200.0    # resistor (ohm)
6  nVT = 2 * 25e-3      # n = 2, VT = 25 mV
7  IS  = 1e-3 * exp(-0.7 / nVT)      # diodo: 1 mA em 0,7 V
8
9  VD  = 0.7      # chute inicial (V)
10 eps = 1e-4     # critério de parada (V)
11
12 print(f"{'k':>2} {'ID (mA)':>9} {'VD (V)':>9} {'|dV| (V)':>10}")
13 for k in range(1, 50):
14     ID = (VDD - VD) / R      # reta de carga
15     VD_novo = nVT * log(ID / IS)      # curva do diodo
16     erro = abs(VD_novo - VD)
17     print(f"{'k':>2} {'ID*1e3':>9.4f} {'VD_novo':>9.5f} {'erro':>10.6f}")
18     VD = VD_novo
19     if erro < eps:
20         break

```

E o método gráfico, com as duas curvas e o ponto Q marcado:

metodo_grafico_diodo.py

```

1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  VDD, R, nVT = 1.0, 200.0, 0.05
5  IS = 1e-3 * np.exp(-0.7 / nVT)
6
7  vD = np.linspace(0, VDD, 500)
8  i_diodo = IS * np.exp(vD / nVT)      # curva do diodo
9  i_carga = (VDD - vD) / R      # reta de carga
10
11 # ponto de operação: onde a diferença entre as curvas troca de sinal
12 k = np.argmin(np.abs(i_diodo - i_carga))

```

```

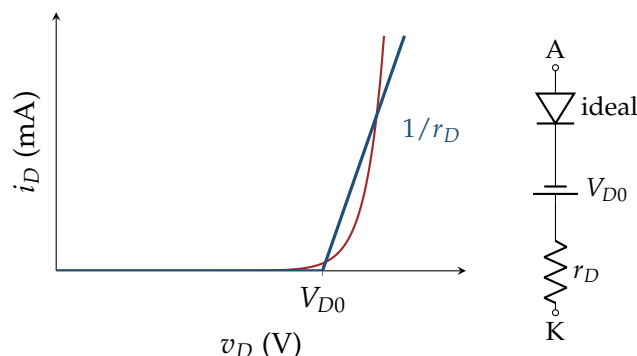
13
14 plt.plot(vD, i_diodo * 1e3, label="curva do diodo")
15 plt.plot(vD, i_carga * 1e3, label="reta de carga")
16 plt.plot(vD[k], i_carga[k] * 1e3, "ko",
17          label=f"Q = ({vD[k]:.3f} V; {i_carga[k]*1e3:.2f} mA)")
18 plt.xlabel("$v_D$ (V)")
19 plt.ylabel("$i_D$ (mA)")
20 plt.ylim(0, 1.1 * VDD / R * 1e3)
21 plt.grid(True)
22 plt.legend()
23 plt.show()

```

3.4 Modelos lineares por segmentos

Resolver a exponencial toda vez é trabalhoso. Os modelos lineares trocam a curva por retas, e o diodo passa a ser representado por elementos lineares (fonte, resistor e diodo ideal), que se resolvem com as técnicas de circuitos.

3.4.1 Modelo por segmentos de reta



Duas retas: corrente nula abaixo de V_{D0} e uma reta de inclinação $1/r_D$ acima:

$$i_D = 0, v_D \leq V_{D0}; \quad i_D = \frac{v_D - V_{D0}}{r_D}, v_D \geq V_{D0}. \quad (3.5)$$

Valores típicos para o diodo de silício de pequenos sinais: $V_{D0} = 0,65 \text{ V}$ e $r_D = 20 \Omega$.

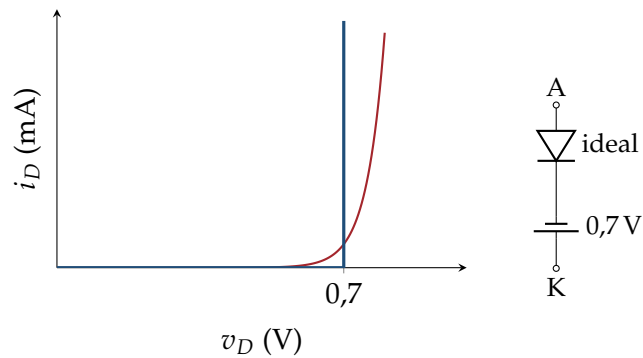
Exemplo 3.8 (Segmentos de reta). Resolva o circuito do Ex. 4.4 ($V_{DD} = 5 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$) com $V_{D0} = 0,65 \text{ V}$ e $r_D = 20 \Omega$.

Solução. Como $V_{DD} \gg V_{D0}$, o diodo ideal do modelo conduz, e o circuito vira uma malha com V_{DD} , R , V_{D0} e r_D :

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_{D0}}{R + r_D} = \frac{5 - 0,65}{1020} = 4,26 \text{ mA},$$

$$V_D = V_{D0} + r_D I_D = 0,65 + 20 \cdot 4,26 \text{ m} = 0,735 \text{ V}.$$

3.4.2 Modelo de queda de tensão constante



É o modelo de segmentos com $r_D = 0$ e $V_{D0} = V_D = 0,7 \text{ V}$: em condução, o diodo é uma fonte de $0,7 \text{ V}$; em corte, um aberto. É o mais usado em análises rápidas e em projeto.

Exemplo 3.9 (Queda constante). Mesmo circuito: $I_D = (5 - 0,7)/1 \text{ k} = 4,3 \text{ mA}$ e $V_D = 0,7 \text{ V}$.

3.4.3 Comparação dos modelos

Modelo ($V_{DD} = 5 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$)	I_D	V_D	Quando usar
Ideal	5,00 mA	0	fontes muito maiores que $0,7 \text{ V}$
Queda constante	4,30 mA	0,70 V	análise e projeto rápidos
Segmentos de reta	4,26 mA	0,735 V	quando a variação de v_D importa
Exponencial (iterativo)	4,24 mA	0,763 V	referência; fontes pequenas

Com uma fonte de 5 V , os modelos com queda dão praticamente a mesma corrente, e até o ideal erra apenas 18%. Com fontes da ordem de 1 V , como no exemplo com $n = 2$, o modelo ideal é inútil e a escolha entre os outros passa a pesar. É a regra da Seção 1.1 em ação: o modelo certo depende da pergunta e do circuito.

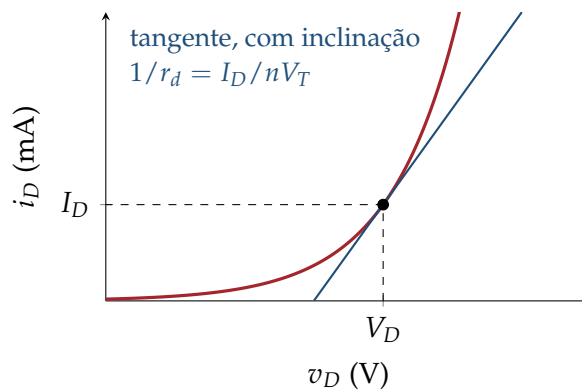
Diodos no LTspice. O diodo do simulador usa o modelo exponencial, com parâmetros definidos numa diretiva `.model`. Para reproduzir um exercício, crie um modelo próprio, por exemplo `.model Dex D(Is=8.3e-10 N=2)`, e atribua-o ao diodo. Para simular os modelos lineares, monte o “circuito do modelo” (fonte de $0,7 \text{ V}$ e diodo ideal, ou V_{D0} e r_D); um diodo quase ideal pode ser obtido com `.model Did D(Ron=1m Roff=1G Vfwd=0)`.

3.5 Modelo de pequenos sinais

Em muitos circuitos o diodo está polarizado num ponto CC (V_D , I_D) e sobre ele se soma um sinal pequeno, como na Parte 1:

$$v_D(t) = V_D + v_d(t), \quad i_D(t) = I_D + i_d(t).$$

Se v_d for pequeno, o trecho da exponencial percorrido é praticamente reto, e a relação entre i_d e v_d é a tangente à curva no ponto de operação.



Derivando a equação do diodo no ponto de operação:

$$\left. \frac{di_D}{dv_D} \right|_Q = \frac{I_S e^{V_D/nV_T}}{nV_T} = \frac{I_D}{nV_T} \Rightarrow i_D \approx I_D + \frac{I_D}{nV_T} v_d.$$

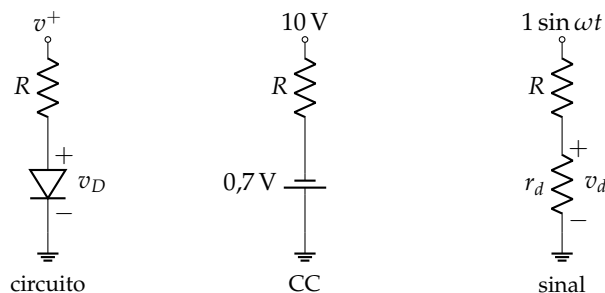
Resistência incremental do diodo.

$$r_d = \frac{nV_T}{I_D}. \quad (3.6)$$

Para pequenos sinais o diodo se comporta como um resistor de valor r_d , que depende da corrente CC de polarização. Com $n = 2$ e $I_D = 1 \text{ mA}$, $r_d = 50 \Omega$. O modelo vale enquanto $v_d \ll nV_T$ (na prática, até cerca de 10 mV com $n = 2$).

A análise segue o roteiro da Parte 1: (1) resolva o circuito CC e obtenha I_D ; (2) calcule r_d ; (3) anule as fontes CC, troque o diodo por r_d e resolva o circuito de sinal; (4) some as duas respostas.

Exemplo 3.10 (Sedra, Ex. 4.5). Uma fonte com *ripple* $v^+ = 10 + 1 \sin(2\pi 60t) \text{ V}$ alimenta um diodo através de $R = 10 \text{ k}\Omega$. O diodo tem $n = 2$ e $V_D \approx 0,7 \text{ V}$. Calcule a tensão CC no diodo e a amplitude do sinal sobre ele.

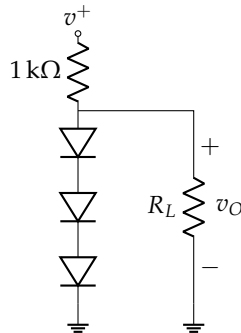


Solução. CC: $I_D = (10 - 0,7)/10 \text{ k} = 0,93 \text{ mA}$. Resistência incremental: $r_d = 2 \cdot 25 \text{ m}/0,93 \text{ m} = 53,8 \Omega$. Sinal: divisor entre R e r_d , $\hat{v}_d = 1 \cdot \frac{53,8}{10000 + 53,8} = 5,35 \text{ mV}$. Portanto $v_D(t) = 0,7 + 0,00535 \sin(2\pi 60t) \text{ V}$. A ondulação de 1 V na fonte virou 5,35 mV no diodo: o diodo “segura” a tensão.

3.5.1 Regulação de tensão com diodos em série

O exemplo mostra uma aplicação: como a tensão direta varia pouco com a corrente, uma associação de diodos em série funciona como uma fonte de tensão aproximadamente constante, um **regulador**.

Exemplo 3.11 (Regulador com três diodos). Três diodos em série ($n = 2$) são alimentados por $v^+ = 10 + 1 \sin \omega t$ V através de $1 \text{ k}\Omega$, e a saída alimenta uma carga $R_L = 1 \text{ k}\Omega$. Calcule a tensão de saída e a ondulação, com e sem carga.



Solução. CC: cada diodo tem cerca de $0,7 \text{ V}$, logo $V_O = 2,1 \text{ V}$.

Sem carga: $I_D = (10 - 2,1)/1 \text{ k} = 7,9 \text{ mA}$; $r_d = 50 \text{ m}/7,9 \text{ m} = 6,3 \Omega$ por diodo, 19Ω no total.

Ondulação: $\hat{v}_o = 1 \cdot \frac{19}{1000+19} = 18,6 \text{ mV}$.

Com carga: a carga desvia $2,1/1 \text{ k} = 2,1 \text{ mA}$, e os diodos ficam com $I_D = 7,9 - 2,1 = 5,8 \text{ mA}$.

Então $r_d = 8,6 \Omega$ por diodo e $3r_d = 25,9 \Omega$, em paralelo com R_L : $25,2 \Omega$. Ondulação: $\hat{v}_o = 1 \cdot \frac{25,2}{1000+25,2} = 24,6 \text{ mV}$.

A saída é $v_O \approx 2,1 + 0,025 \sin \omega t$ V: uma ondulação de 1 V foi reduzida cerca de 40 vezes. A regulação piora com carga, porque a corrente nos diodos cai e r_d aumenta.

3.6 Resumo dos modelos do diodo

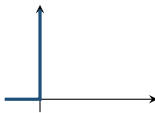
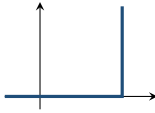
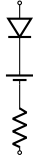
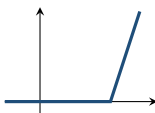
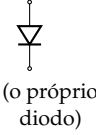
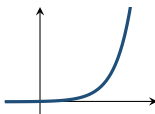
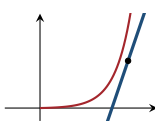
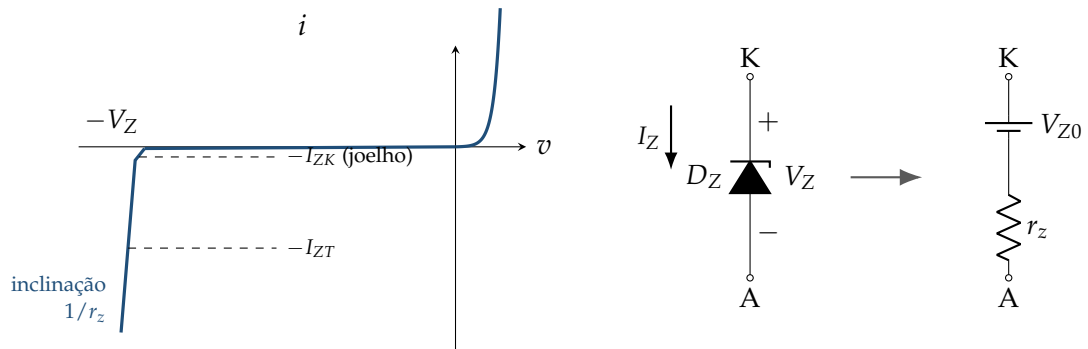
Modelo	Circuito	Equações	Curva	Quando usar
Ideal		$v_D = 0$ se $i_D > 0$ $i_D = 0$ se $v_D < 0$		fontes muito maiores que 0,7 V; lógica; primeira análise
Queda constante		$v_D = 0,7 \text{ V}$, em condução $i_D = 0$, se $v_D < 0,7 \text{ V}$		análise e projeto rápidos; retificadores e polarização
Segmentos de reta		$i_D = \frac{v_D - V_{D0}}{r_D}$, se $v_D \geq V_{D0}$ $i_D = 0$, se $v_D < V_{D0}$		quando a variação de v_D com a corrente importa
Exponencial		$i_D = I_S (e^{v_D/nV_T} - 1)$ gráfico ou iterativo		fontes pequenas; referência para conferir os outros; simulação
Pequenos sinais		$r_d = \frac{nV_T}{I_D}$ (só o sinal, em torno de Q)		sinais pequenos sobre uma polarização CC; reguladores

Tabela 3.1. Resumo dos modelos do diodo em condução direta. O modelo Zener na ruptura segue a mesma ideia do modelo de segmentos, com V_{Z0} e r_z (Seção 3.7).

A escolha do modelo segue a regra da Seção 1.1: o mais simples que responda à pergunta com a precisão necessária. Na dúvida, resolva com a queda constante e confira com o exponencial; se os dois concordarem dentro do que o problema pede, o modelo simples basta.

3.7 Região de ruptura e diodo Zener

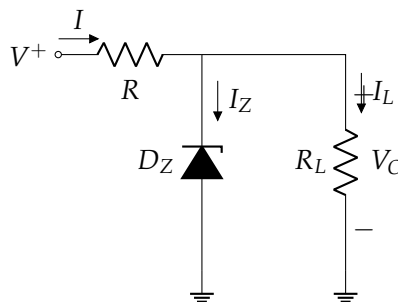
Na região de ruptura a curva do diodo é quase vertical: a tensão reversa fica praticamente constante para uma larga faixa de correntes. Os **diodos Zener** são fabricados para operar nessa região de forma controlada, com a tensão de ruptura V_Z definida na fabricação (valores comerciais de 2,4 V a centenas de volts) e especificada para uma corrente de teste I_{ZT} .

**Modelo do Zener na ruptura.**

$$V_Z = V_{Z0} + r_z I_Z, \quad (3.7)$$

com V_{Z0} o ponto em que a reta da ruptura corta o eixo de tensão e r_z a resistência incremental (de alguns ohms a algumas dezenas de ohms). O modelo vale enquanto $I_Z > I_{ZK}$, a corrente do joelho; abaixo dela o Zener sai da ruptura e deixa de regular.

A corrente do Zener é medida no sentido reverso, do catodo para o anodo. Diretamente polarizado, ele é um diodo comum, com cerca de 0,7 V.

3.7.1 Regulador com Zener

O Zener fixa a tensão de saída; o resistor R absorve a diferença entre V^+ e V_O , e a corrente $I = I_Z + I_L$ se divide entre o Zener e a carga. Dois índices medem a qualidade do regulador:

- **Regulação de linha:** $\Delta V_O / \Delta V^+ = r_z / (R + r_z)$, a variação da saída por volt de variação na entrada.
- **Regulação de carga:** $\Delta V_O / \Delta I_L = -(r_z // R) \approx -r_z$, a variação da saída por ampère de variação na corrente de carga.

Exemplo 3.12 (Sedra, Ex. 4.7). Um Zener de 6,8 V tem $V_Z = 6,8$ V em $I_Z = 5$ mA, $r_z = 20 \Omega$ e $I_{ZK} = 0,2$ mA. Ele é alimentado por $V^+ = 10 \pm 1$ V através de $R = 0,5$ k Ω .

- Calcule V_O sem carga, com V^+ nominal.
- Calcule a variação de V_O para V^+ variando ± 1 V.
- Calcule a variação de V_O quando se liga uma carga que consome 1 mA.
- Calcule a variação de V_O com $R_L = 2$ k Ω .

(e) Qual o menor R_L para que o Zener continue na ruptura em qualquer condição?

Solução. Parâmetro do modelo: $V_{Z0} = V_Z - r_z I_Z = 6,8 - 20 \cdot 5 \text{ m} = 6,7 \text{ V}$.

$$(a) I_Z = \frac{V^+ - V_{Z0}}{R + r_z} = \frac{10 - 6,7}{520} = 6,35 \text{ mA e } V_O = 6,7 + 20 \cdot 6,35 \text{ m} = 6,83 \text{ V}.$$

$$(b) \Delta V_O = \pm 1 \cdot \frac{20}{500 + 20} = \pm 38,5 \text{ mV (regulação de linha de } 38,5 \text{ mV/V)}.$$

$$(c) \text{ A corrente da carga sai do Zener: } \Delta I_Z = -1 \text{ mA e } \Delta V_O = r_z \Delta I_Z = -20 \text{ mV}.$$

$$(d) I_L \approx 6,8/2 \text{ k} = 3,4 \text{ mA e } \Delta V_O \approx -20 \cdot 3,4 \text{ m} = -68 \text{ mV}.$$

$$(e) \text{ O pior caso é } V^+ \text{ mínimo (9 V) com } I_Z = I_{ZK}. \text{ Então } V_O \approx V_{Z0} = 6,7 \text{ V, } I = (9 - 6,7)/500 = 4,6 \text{ mA, } I_L = 4,6 - 0,2 = 4,4 \text{ mA e } R_L = 6,7/4,4 \text{ m} = 1,52 \text{ k}\Omega.$$

3.8 Circuitos limitadores

Um **limitador** (ou ceifador) mantém a saída igual à entrada dentro de uma faixa e a limita fora dela:

$$v_O = v_I \text{ para } L_- \leq v_I \leq L_+, \quad v_O = L_{\pm} \text{ fora dessa faixa.}$$

É a mesma curva de saturação da Seção 1.5, agora construída de propósito, para proteger entradas de circuitos contra tensões excessivas ou para dar forma a sinais.

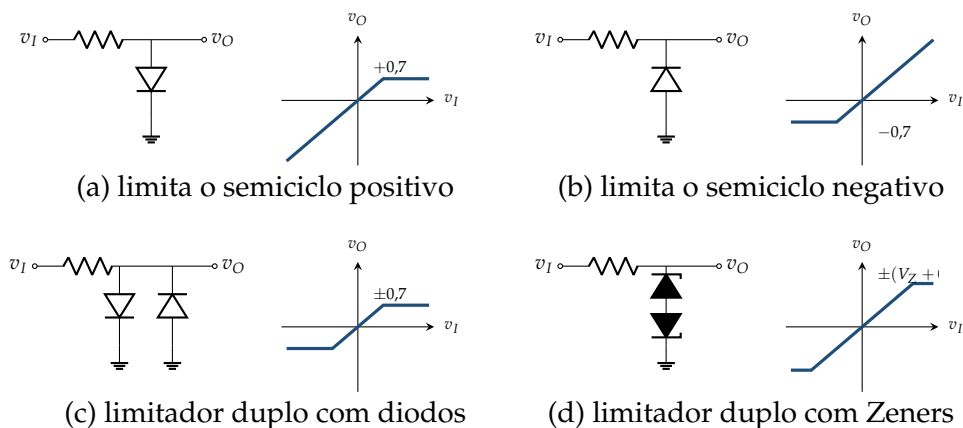


Figura 3.9. Limitadores com diodos (modelo de queda constante) e suas características de transferência. Para deslocar os níveis de limitação, coloca-se uma fonte CC em série com o diodo: o nível passa a ser $V + 0,7$.

Em (a), enquanto $v_I < 0,7 \text{ V}$ o diodo está cortado e $v_O = v_I$ (não há corrente em R); acima disso o diodo conduz e prende a saída em $0,7 \text{ V}$, e o excesso de tensão fica sobre R . Em (d), cada Zener limita num dos sentidos: quando um está na ruptura (V_Z), o outro está diretamente polarizado ($0,7 \text{ V}$), e a saída fica limitada a $\pm(V_Z + 0,7)$.

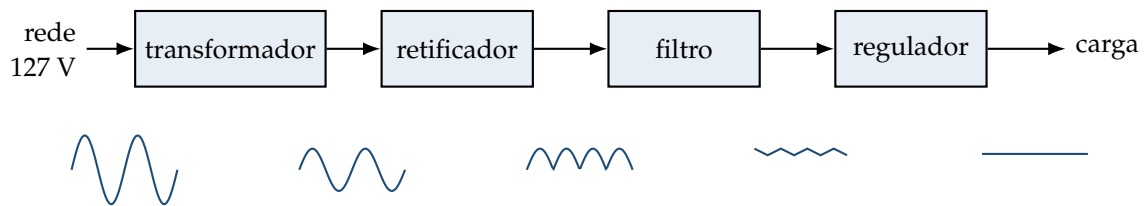
Exemplo 3.13 (Limitador em $\pm 10 \text{ V}$). Projete um limitador que mantenha a saída entre -10 e $+10 \text{ V}$, (a) com diodos comuns e fontes CC, (b) com Zeners.

Solução. (a) Um diodo em série com uma fonte de $9,3 \text{ V}$ para o semiciclo positivo e outro, invertido, em série com uma fonte de $9,3 \text{ V}$ invertida para o negativo: cada ramo conduz

quando $|v_I|$ passa de $9,3 + 0,7 = 10$ V. Com diodos ideais, as fontes seriam de 10 V. (b) Dois Zeners em série, em oposição, com $V_Z = 9,3$ V (valor comercial mais próximo: 9,1 V, que dá $\pm 9,8$ V).

3.9 Retificadores

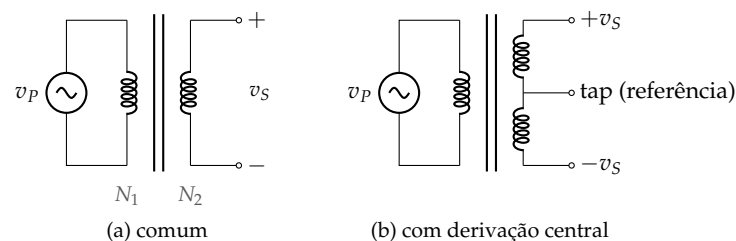
Uma fonte de alimentação CC converte a tensão alternada da rede em tensão contínua, em etapas:



O transformador reduz a tensão (127 V eficazes da rede, cerca de 180 V de pico) para um valor próximo do desejado e isola o circuito da rede. O retificador converte a tensão alternada em tensão de um só sentido, pulsante. O filtro suaviza as pulsações, deixando uma pequena ondulação (*ripple*). O regulador elimina o que resta da ondulação e mantém a saída constante frente a variações da rede e da carga.

Na escolha do diodo retificador, dois parâmetros importam: a **corrente média e de pico** que ele deve conduzir e a **tensão de pico inversa** (PIV) que ele deve suportar em corte sem entrar na ruptura.

3.9.1 O transformador



O transformador é formado por duas bobinas enroladas num mesmo núcleo de ferro. A tensão alternada no primário (N_1 espiras) cria um fluxo magnético variável no núcleo, que induz tensão no secundário (N_2 espiras). No transformador ideal,

$$\frac{v_S}{v_P} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (3.8)$$

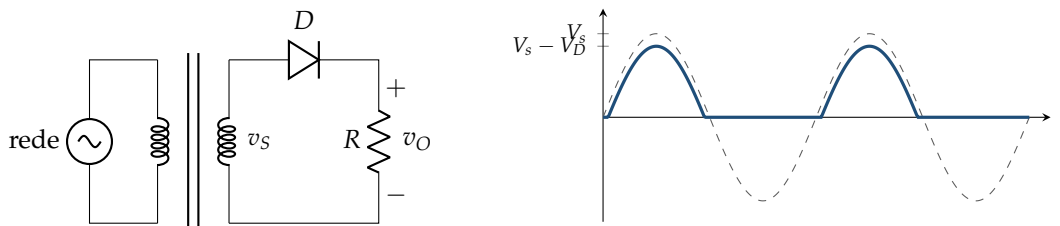
e escolhendo a relação de espiras obtém-se a tensão desejada. Além de abaixar a tensão, ele isola eletricamente o circuito da rede, porque não há ligação condutora entre primário e secundário. Os transformadores são especificados pela tensão eficaz: um de “127 V para 12 V” entrega $12\sqrt{2} = 17$ V de pico no secundário.

O transformador com **derivação central** (*center tap*) tem um terminal extra no meio do secundário. Tomando esse terminal como referência, as duas metades fornecem tensões iguais e em

oposição de fase, $+v_s$ e $-v_s$: quando uma extremidade está no pico positivo, a outra está no pico negativo. É especificado pela tensão de cada metade, por exemplo “9 + 9 V”. No LTspice, onde nem sempre há um transformador com tap à mão, ele pode ser substituído por duas fontes senoidais em série, com o ponto comum no terra e a segunda defasada de 180° .

Nesta seção usamos o modelo de queda constante, $V_D \approx 0,7\text{ V}$, e $v_s = V_s \sin \omega t$ é a tensão no secundário do transformador.

3.9.2 Retificador de meia onda



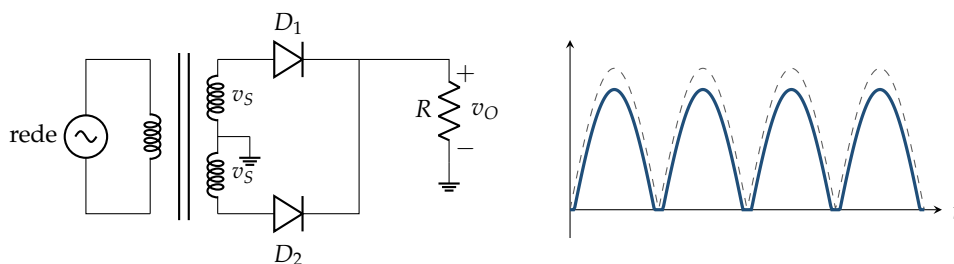
Com o modelo de segmentos (V_{D0}, r_D), a saída é

$$v_O = 0 \text{ para } v_s < V_{D0}; \quad v_O = \frac{R}{R + r_D} (v_s - V_{D0}) \text{ para } v_s \geq V_{D0}, \quad (3.9)$$

e com queda constante, simplesmente $v_O = v_s - V_D$ no semiciclo positivo. No semiciclo negativo o diodo corta e suporta toda a tensão do secundário: $\text{PIV} = V_s$. Desprezando o pequeno intervalo em que $v_s < V_D$, o valor médio da saída é

$$V_{O,med} \approx \frac{V_s - V_D}{\pi}. \quad (3.10)$$

3.9.3 Retificador de onda completa com derivação central

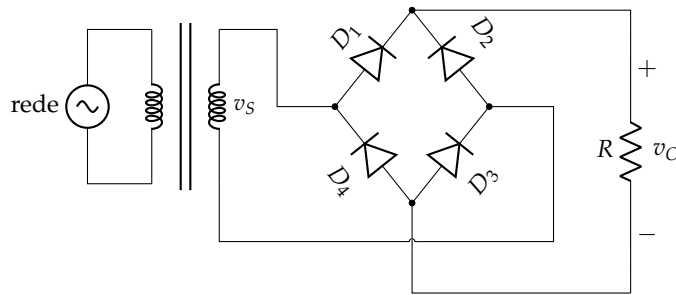


O secundário é dividido em duas metades iguais, com a derivação central no terra; cada metade fornece v_s , em oposição de fase uma em relação à outra. No semiciclo positivo conduz D_1 ; no negativo, D_2 . Nos dois semiciclos a corrente passa pela carga no mesmo sentido, e a saída tem o dobro de pulsos por período:

$$v_O = |v_s| - V_D, \quad V_{O,med} \approx \frac{2(V_s - V_D)}{\pi}, \quad \text{PIV} = 2V_s - V_D. \quad (3.11)$$

O PIV é quase o dobro do meia onda: quando D_1 conduz, D_2 tem de um lado a saída ($V_s - V_D$) e do outro a outra metade do secundário ($-V_s$). O custo é um transformador com o dobro de espiras no secundário.

3.9.4 Retificador em ponte



Com o transformador comum (sem tap), quatro diodos fazem a retificação de onda completa. No semiciclo positivo conduzem D_1 e D_3 ; no negativo, D_2 e D_4 . Em cada semiciclo a corrente passa por dois diodos em série, e a queda é $2V_D$:

$$v_O = |v_S| - 2V_D, \quad V_{O,med} \approx \frac{2(V_S - 2V_D)}{\pi}, \quad PIV = V_S - V_D. \quad (3.12)$$

O PIV é metade do tap central, e não é preciso transformador especial: por isso a ponte é a solução mais comum, vendida pronta em um único componente.

A análise da ponte com queda constante tem três intervalos: para $v_S > 2V_D$ conduzem D_1 e D_3 ; para $|v_S| < 2V_D$ todos cortam e $v_O = 0$; para $v_S < -2V_D$ conduzem D_2 e D_4 .

Retificador	Diodos	$V_{O,pico}$	$V_{O,med}$	PIV
Meia onda	1	$V_S - V_D$	$(V_S - V_D)/\pi$	V_S
Onda completa, tap central	2	$V_S - V_D$	$2(V_S - V_D)/\pi$	$2V_S - V_D$
Onda completa, ponte	4	$V_S - 2V_D$	$2(V_S - 2V_D)/\pi$	$V_S - V_D$

3.9.5 Filtro capacitivo: o retificador de pico

Colocando um capacitor em paralelo com a carga, a saída deixa de voltar a zero entre os pulsos. Enquanto a tensão do secundário sobe acima da tensão do capacitor, o diodo conduz e carrega o capacitor até o pico $V_p = V_S - V_D$. Quando a tensão do secundário começa a cair, o diodo corta e o capacitor se descarrega pela carga, com constante de tempo RC , até o pulso seguinte.

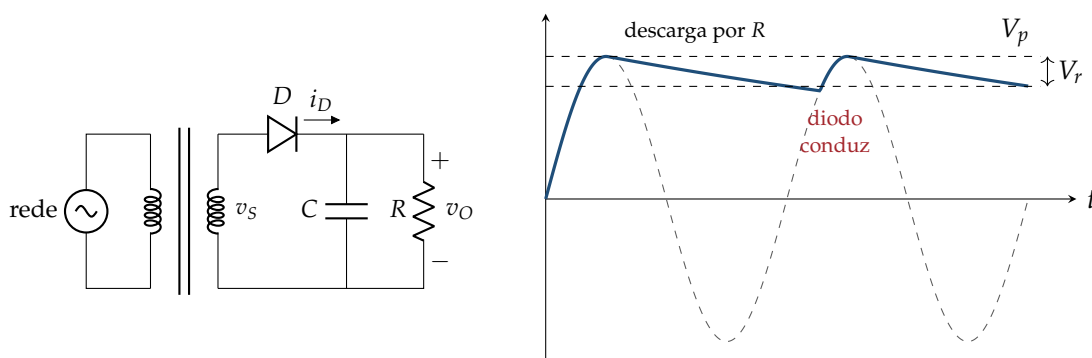


Figura 3.10. Retificador de meia onda com filtro capacitivo. A saída (azul) acompanha o secundário (tracejado) só no pequeno intervalo em que o diodo conduz; no resto do ciclo o capacitor se descarrega pela carga.

Se $RC \gg T$ (período da rede), a descarga é quase linear e a queda durante um período é a **tensão de ondulação (ripple)**:

$$V_r \approx \frac{V_p}{fRC} = \frac{I_L}{fC} \quad (\text{meia onda}), \quad V_r \approx \frac{V_p}{2fRC} \quad (\text{onda completa}), \quad (3.13)$$

em que $I_L \approx V_p/R$ é a corrente média na carga. No onda completa o capacitor é recarregado duas vezes por período, e a ondulação cai à metade. O valor médio da saída fica em $V_{O,med} \approx V_p - V_r/2$.

O diodo conduz apenas durante um curto intervalo Δt perto do pico. Aproximando o cosseno por $1 - (\omega\Delta t)^2/2$, obtém-se o ângulo de condução

$$\omega\Delta t \approx \sqrt{\frac{2V_r}{V_p}}. \quad (3.14)$$

Nesse intervalo o diodo precisa repor toda a carga que o capacitor perdeu no ciclo, por isso as correntes são altas:

$$i_{D,med} = I_L \left(1 + \pi \sqrt{\frac{2V_p}{V_r}} \right), \quad i_{D,max} = I_L \left(1 + 2\pi \sqrt{\frac{2V_p}{V_r}} \right) \quad (\text{meia onda}). \quad (3.15)$$

No onda completa, os termos com π ficam divididos por 2.

Exemplo 3.14 (Sedra, Ex. 4.8). Um retificador de pico de meia onda é alimentado por uma senoide de 60 Hz com pico $V_p = 100$ V (já descontada a queda do diodo) e alimenta uma carga de 10 k Ω . Deseja-se $V_r = 2$ V pico a pico. (a) Calcule C . (b) Calcule o ângulo de condução e a fração do ciclo em que o diodo conduz. (c) Calcule a corrente média no diodo durante a condução. (d) Calcule a corrente de pico no diodo.

Solução. (a) $C = \frac{V_p}{V_r f R} = \frac{100}{2 \cdot 60 \cdot 10^4} = 83,3 \mu\text{F}$.

(b) $\omega\Delta t = \sqrt{2 \cdot 2/100} = 0,2$ rad, isto é, $0,2/(2\pi) = 3,2\%$ do ciclo.

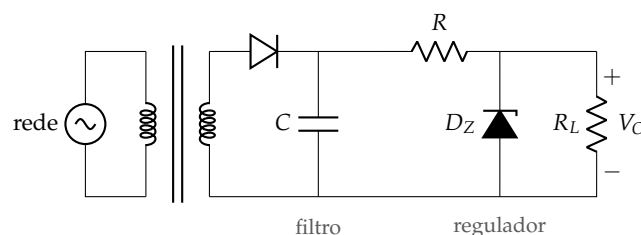
(c) $I_L = 100/10 \text{ k} = 10 \text{ mA}$; $i_{D,med} = 10 \text{ m} \left(1 + \pi \sqrt{100} \right) = 324 \text{ mA}$.

(d) $i_{D,max} = 10 \text{ m} \left(1 + 2\pi \sqrt{100} \right) = 638 \text{ mA}$.

Uma carga de 10 mA exige do diodo picos de mais de meio ampère: o diodo e o transformador devem ser dimensionados para esses picos, não para a corrente média da carga.

3.9.6 Fonte completa: filtro seguido de regulador Zener

A saída do filtro ainda tem a ondulação V_r e acompanha as variações da rede. Um regulador Zener depois do filtro (Seção 3.7) reduz a ondulação pelo fator de regulação de linha $r_z/(R + r_z)$.



O projeto deve garantir que, no vale da ondulação ($V_p - V_r$), ainda passe pelo Zener pelo menos I_{ZK} com a carga máxima.

3.10 Prática de laboratório 4: circuitos retificadores

Prática 4: circuitos retificadores

LABORATÓRIO | simule no LTspice antes

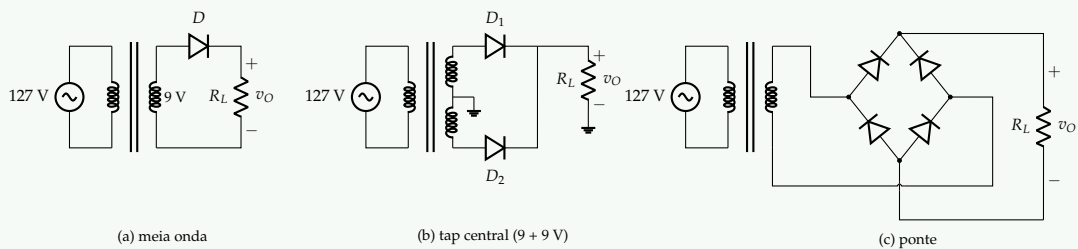
OBJETIVOS

Montar e medir os retificadores de meia onda, de onda completa com derivação central e em ponte, e o efeito do filtro capacitivo, relacionando as medidas com os modelos da Seção 3.9.

MATERIAL

Transformador de 127 V para 9 + 9 V com derivação central (1 A), diodos retificadores (1N4007 ou similar), resistores de 10 k Ω , 2,2 k Ω e 470 Ω , capacitores eletrolíticos de 47 μ F e 220 μ F, osciloscópio e multímetro.

Segurança. O primário do transformador fica ligado à rede de 127 V. Monte e altere os circuitos somente com o transformador desligado da tomada, e trabalhe apenas no lado do secundário. Respeite a polaridade dos capacitores eletrolíticos.



PRÉ-LABORATÓRIO

Cálculos. Com 9 V eficazes em cada metade do secundário, $V_s = 9\sqrt{2} = 12,7$ V de pico. Com $V_D = 0,7$ V, os valores esperados na carga são:

	Meia onda	Tap central	Ponte (um secundário)
Tensão de pico	12,0 V	12,0 V	11,3 V
Tensão média	3,8 V	7,7 V	7,2 V
Tensão eficaz	6,0 V	8,5 V	8,0 V
PIV no diodo	12,7 V	24,7 V	12,0 V

Os valores quase não dependem de R_L sem filtro. Com filtro capacitivo no onda completa com tap central ($V_p = 12,0$ V, $V_r = V_p/2fR_LC$):

R_L	$C = 47 \mu\text{F}$			$C = 220 \mu\text{F}$		
	10 k Ω	2,2 k Ω	470 Ω	10 k Ω	2,2 k Ω	470 Ω
V_r (pico a pico)	0,21 V	0,97 V	4,5 V*	0,05 V	0,21 V	0,97 V
V_{min}	11,8 V	11,1 V	7,5 V*	12,0 V	11,8 V	11,1 V
V_{med}	11,9 V	11,5 V	9,8 V*	12,0 V	11,9 V	11,5 V

* Com 47 μF e 470 Ω , V_r não é pequeno frente a V_p e a aproximação linear superestima a ondulação; confira na simulação.

Os valores supõem exatamente 9 V eficazes. Um transformador real entrega mais que isso em vazio e menos com carga; meça o secundário primeiro e recalcule.

Simulação. Monte os circuitos no LTspice com fontes $\text{SINE}(0 \ 12.73 \ 60)$. Para o tap central, use duas fontes em série com fases opostas (a segunda com $\text{SINE}(0 \ 12.73 \ 60 \ 0 \ 0 \ 180)$), com o ponto comum no terra. Use `.tran 0 100m 0 20u` e diodos 1N4007 (ou um `.model` com queda próxima de 0,7 V). Para cada circuito e carga, meça com os cursores o pico, e use a função de média do LTspice (Ctrl + clique no nome do traço) para os valores médio e eficaz.

PROCEDIMENTO NA BANCADA

1. **Transformador.** Com o secundário em vazio, meça com o osciloscópio a tensão de pico, a pico a pico e o período de cada metade, e com o multímetro o valor eficaz. Confira que as duas metades estão em oposição de fase.
2. **Meia onda.** Monte (a) com uma das metades e meça, para cada R_L , as tensões de pico a pico, eficaz e média na carga.
3. **Ponte.** Monte (c) e repita as medidas.
4. **Tap central.** Monte (b) e repita as medidas.
5. **Filtro.** No onda completa, coloque o capacitor em paralelo com a carga e meça, para cada combinação de C e R_L , as tensões máxima, mínima e média na saída.

Osciloscópio e terra. O terra das duas pontas do osciloscópio é o mesmo, ligado ao terra da tomada. Na ponte, nem o secundário nem a carga têm um terminal no terra do circuito ao mesmo tempo; ligar as duas garras em pontos diferentes curto-circuita parte do circuito. Meça a entrada e a saída da ponte em momentos separados, ou use o modo diferencial (CH1 – CH2).

QUESTÕES

1. Explique como ocorre a retificação de onda completa na ponte e no tap central. Em que situação cada um é preferível?
2. Compare os valores medidos e simulados com os calculados. Por que a ponte tem pico menor que o tap central?
3. Monte uma tabela relacionando o valor da carga com a ondulação no circuito filtrado. Explique a dependência.

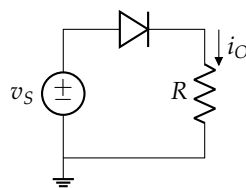
Resumo do capítulo

Fórmulas do Capítulo 3

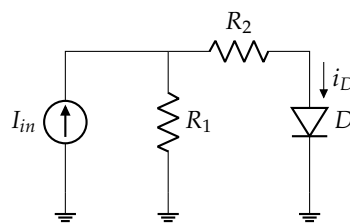
Shockley	$i_D = I_S(e^{v_D/nV_T} - 1), V_T \approx 25 \text{ mV}$
Tensão por década	$\Delta V = 2,3 n V_T$ (60 mV com $n = 1$)
Reta de carga	$I_D = (V_{DD} - V_D)/R$
Iterativo	$I_D = (V_{DD} - V_D)/R, V_D = n V_T \ln(I_D/I_S)$
Segmentos de reta	V_{D0} em série com r_D
Queda constante	$V_D = 0,7 \text{ V}$
Pequenos sinais	$r_d = n V_T / I_D$
Zener	$V_Z = V_{Z0} + r_z I_Z$, com $I_Z > I_{ZK}$
Regulação de linha e de carga	$r_z / (R + r_z); -(r_z // R)$
Meia onda	$V_{O,med} \approx (V_s - V_D)/\pi, \text{PIV} = V_s$
Tap central	$V_{O,med} \approx 2(V_s - V_D)/\pi, \text{PIV} = 2V_s - V_D$
Ponte	$V_{O,med} \approx 2(V_s - 2V_D)/\pi, \text{PIV} = V_s - V_D$
Filtro capacitivo	$V_r = V_p / (fRC)$ (meia onda), $V_p / (2fRC)$ (onda completa)
Condução	$\omega \Delta t = \sqrt{2V_r/V_p}$
Correntes no diodo (meia onda)	$i_{D,med} = I_L(1 + \pi \sqrt{2V_p/V_r}), i_{D,max} = I_L(1 + 2\pi \sqrt{2V_p/V_r})$

Exercícios

3.1 No circuito abaixo, com $R = 1 \text{ k}\Omega$: (a) desenhe a curva $i_O \times v_S$ com o modelo ideal e com o modelo de queda constante; (b) calcule i_O para $v_S = 10 \text{ V}$ e para $v_S = -10 \text{ V}$ nos dois modelos.

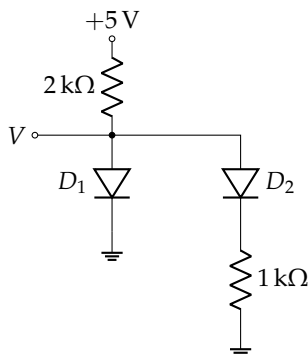


3.2 Uma fonte de corrente $I_{in} = 10 \text{ mA}$ em paralelo com $R_1 = 100 \Omega$ alimenta um diodo através de $R_2 = 100 \Omega$. O diodo tem $V_D = 0,7 \text{ V}$ em 1 mA , $n = 2$ e $V_T = 25 \text{ mV}$.



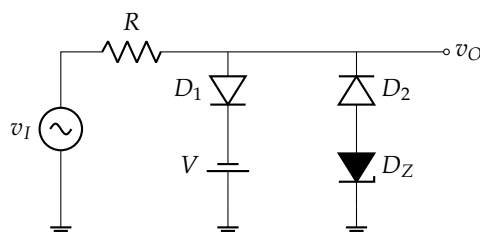
(a) Transforme a fonte de corrente e R_1 num equivalente de Thévenin. (b) Encontre i_D pelo método iterativo com $\varepsilon_v = 0,0001 \text{ V}$, montando a tabela. (c) Resolva com o modelo de segmentos de reta ($V_{D0} = 0,65 \text{ V}$, $r_D = 20 \Omega$) e desenhe a curva do modelo.

3.3 Com diodos de queda constante ($0,7 \text{ V}$), calcule V e a corrente em cada diodo.



3.4 Um diodo com $n = 1$ está polarizado com 2 mA . (a) Calcule r_d . (b) Se a corrente for reduzida para $0,2 \text{ mA}$, quanto muda a tensão direta e qual o novo r_d ?

3.5 No limitador abaixo, com diodos ideais, $v_I = 12 \sin \omega t \text{ V}$, $V = 3 \text{ V}$ e o Zener tem $V_Z = 9 \text{ V}$. Esboce $v_O(t)$ e a característica de transferência.



3.6 Analise o retificador em ponte com diodos de queda constante ($0,7 \text{ V}$) e $v_I = 12 \sin \omega t \text{ V}$: descreva os três intervalos de funcionamento, indique quais diodos conduzem em cada um e esboce v_O .

3.7 Um regulador Zener deve fornecer $9,1 \text{ V}$ a uma carga que consome de 0 a 20 mA , a partir de uma fonte de $15 \pm 1,5 \text{ V}$. O Zener tem $r_z = 10 \Omega$ e $I_{ZK} = 1 \text{ mA}$. (a) Qual o maior valor de R ? (b) Com o valor comercial escolhido, qual a regulação de linha? (c) Qual a maior corrente no Zener, e que potência ele deve suportar?

3.8 Projete o filtro de um retificador de onda completa em ponte alimentado por um secundário de 12 V eficazes (60 Hz) para uma carga de 20 mA , com ondulação de no máximo 1 V . Calcule V_p , C e a tensão mínima na saída.

3.9 Com $V_{DD} = 3 \text{ V}$ e $R = 1 \text{ k}\Omega$, um diodo com $n = 1$ conduz 1 mA em $0,7 \text{ V}$. Encontre o ponto de operação pelo método iterativo ($\varepsilon_v = 1 \text{ mV}$) e compare com o modelo de queda constante.

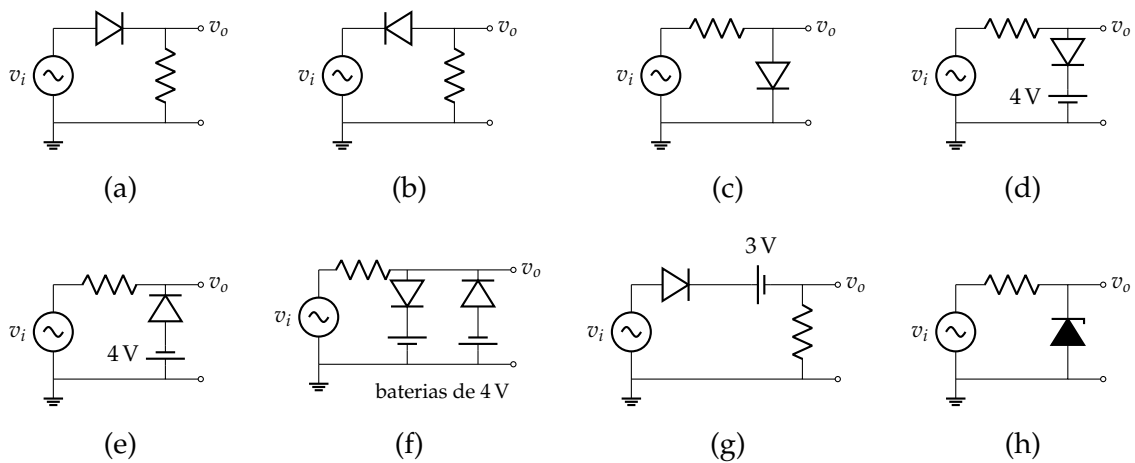
3.10 Resolva pelo método gráfico o circuito com $V_{DD} = 1,5 \text{ V}$, $R = 500 \Omega$ e o diodo do exemplo com $n = 2$ (1 mA em $0,7 \text{ V}$). Escreva as duas equações, marque os cortes da reta de carga nos eixos e leia o ponto Q . Confira com o script `metodo_grafico_diodo.py`.

3.11 Uma ponte retificadora alimentada por um secundário de 12 V eficazes (60 Hz) carrega um capacitor de 1000 μF ligado a uma carga de 100 Ω . Calcule o pico da saída, a ondulação, a tensão média e o ângulo de condução.

3.12 Um retificador de onda completa com tap central usa um transformador de 12 + 12 V eficazes. Qual o PIV nos diodos? Escolha entre diodos de 25, 50 e 100 V de tensão reversa.

3.13 Um diodo com $n = 2$ é polarizado com 1 mA e recebe um sinal de 5 mV de pico. Calcule r_d e a amplitude da corrente de sinal. O modelo de pequenos sinais é válido?

3.14 Folha de circuitos. Em todos os circuitos abaixo, $v_i = 10 \sin \omega t$ V, os diodos são ideais e o Zener tem $V_Z = 5$ V (em condução direta, também ideal). Para cada circuito: (1) diga quando cada diodo conduz; (2) esboce $v_o(t)$ junto com $v_i(t)$; (3) desenhe a característica de transferência $v_o \times v_i$.



3.15 Refaça os circuitos (a), (d) e (g) do exercício anterior com o modelo de queda constante (0,7 V). O que muda nos níveis de limitação?

Simulação (LTspice)

3.16 Para os exercícios 3.1, 3.2 e 3.5, simule o “circuito do modelo” (fontes, resistores e diodo ideal) e o diodo do simulador com um `.model` ajustado aos parâmetros do enunciado. Compare os resultados dos dois com as respostas calculadas e explique as diferenças. Opcional: implemente o método iterativo do Exercício 3.2 em Python.

3.17 Monte uma fonte completa, com transformador (duas fontes senoidais para o tap central), retificador, filtro e regulador Zener, que forneça 10 V a uma carga de 1 k Ω com ondulação menor que 50 mV. Justifique a escolha de cada componente e mostre as formas de onda em cada etapa.

Gabarito dos exercícios

Respostas dos exercícios propostos ao final de cada capítulo. Tente resolver antes de consultar: a resposta confirma o resultado, mas o que se aprende está no caminho até ela.

Capítulo 3

3.1 (a) Ideal: $i_O = 0$ para $v_S < 0$ e reta de inclinação $1/R$ a partir da origem. Queda constante: $i_O = 0$ até $0,7\text{ V}$ e $i_O = (v_S - 0,7)/R$ acima. (b) Ideal: 10 mA e 0 . Queda constante: $9,3\text{ mA}$ e 0 .

3.2 (a) $V_{th} = 10\text{ mA} \cdot 100 = 1\text{ V}$ e $R_{th} = R_1 + R_2 = 200\ \Omega$: é o circuito do exemplo iterativo com $n = 2$. (b) Iterações: $1,500\text{ mA}$ e $0,72027\text{ V}$; $1,3986\text{ mA}$ e $0,71677\text{ V}$; $1,4161\text{ mA}$ e $0,71740\text{ V}$; $1,4130\text{ mA}$ e $0,71729\text{ V}$; $1,4136\text{ mA}$ e $0,71731\text{ V}$ ($|\Delta V| = 0,00002 < \varepsilon_v$). $i_D \approx 1,414\text{ mA}$. (c) $i_D = (1 - 0,65)/220 = 1,59\text{ mA}$ e $V_D = 0,682\text{ V}$.

3.3 Supondo D_1 conduzindo, $V = 0,7\text{ V}$. Então D_2 teria $0,7\text{ V}$ sobre ele e sobre $1\text{ k}\Omega$ juntos: não consegue conduzir (precisaria de $0,7\text{ V}$ só para ele), logo $I_{D2} = 0$. $I_{D1} = (5 - 0,7)/2\text{ k} = 2,15\text{ mA}$ e $V = 0,7\text{ V}$.

3.4 (a) $r_d = 25\text{ m}/2\text{ m} = 12,5\ \Omega$. (b) A corrente caiu uma década: a tensão cai $2,3 \cdot 25\text{ m} \approx 58\text{ mV}$; $r_d = 125\ \Omega$.

3.5 Para $v_I > 3\text{ V}$, D_1 conduz e prende v_O em 3 V . Para $v_I < -9\text{ V}$, D_2 conduz e o Zener (com o catodo no terra) entra na ruptura, prendendo v_O em -9 V ; para $v_O > 0$, D_2 fica reversamente polarizado e impede que o Zener conduza diretamente. Entre esses valores, $v_O = v_I$. A característica é uma reta de inclinação 1 entre -9 e 3 V , horizontal fora disso; a senoide sai ceifada em 3 V no topo e em -9 V embaixo.

3.6 $v_I > 1,4\text{ V}$: conduzem D_1 e D_3 , $v_O = v_I - 1,4$. $|v_I| < 1,4\text{ V}$: todos cortados, $v_O = 0$. $v_I < -1,4\text{ V}$: conduzem D_2 e D_4 , $v_O = |v_I| - 1,4$. A saída é uma senoide retificada em onda completa com pico de $10,6\text{ V}$ e pequenos intervalos nulos perto das passagens por zero.

3.7 (a) No pior caso ($V^+ = 13,5\text{ V}$, $I_L = 20\text{ mA}$, $I_Z = I_{ZK}$): $R \leq (13,5 - 9,1)/21\text{ m} = 210\ \Omega$; escolhe-se $200\ \Omega$. (b) $10/210 = 48\text{ mV/V}$. (c) Com $V^+ = 16,5\text{ V}$ e sem carga: $I_Z \approx (16,5 - 9,1)/200 = 37\text{ mA}$ e $P \approx 9,1 \cdot 37\text{ m} = 0,34\text{ W}$: um Zener de $0,5\text{ W}$ basta.

3.8 $V_p = 12\sqrt{2} - 1,4 = 15,6\text{ V}$. $C \geq I_L/(2fV_r) = 20\text{ m}/(120 \cdot 1) = 167\ \mu\text{F}$: escolhe-se $220\ \mu\text{F}$, que dá $V_r \approx 0,76\text{ V}$. Tensão mínima $\approx 14,8\text{ V}$.

3.9 $nV_T = 25\text{ mV}$, $I_S = 10^{-3}e^{-28} = 6,9 \cdot 10^{-16}\text{ A}$. O iterativo converge para $I_D = 2,28\text{ mA}$ e $V_D = 0,721\text{ V}$. Queda constante: $I_D = 2,3/1\text{ k} = 2,3\text{ mA}$, erro de 1% .

3.10 Reta de carga: $i_D = (1,5 - v_D)/500$, cortes em 3 mA e $1,5\text{ V}$. Diodo: $i_D = 1\text{ mA} \cdot e^{(v_D - 0,7)/0,05}$. $Q \approx (0,722\text{ V}; 1,56\text{ mA})$.

3.11 $V_p = 12\sqrt{2} - 1,4 = 15,6\text{ V}$; $V_r = V_p/(2fRC) = 15,6/(120 \cdot 100 \cdot 10^{-3}) = 1,30\text{ V}$; $V_{med} \approx 14,9\text{ V}$; $\omega\Delta t = \sqrt{2V_r/V_p} = 0,41\text{ rad}$ (23°).

3.12 $PIV = 2V_s - V_D = 2 \cdot 16,97 - 0,7 = 33,2 \text{ V}$: o de 25 V não serve; o de 50 V atende com margem.

3.13 $r_d = 50 \text{ m}/1 \text{ m} = 50 \Omega$; $\hat{i}_d = 5 \text{ m}/50 = 0,1 \text{ mA}$ (10% da corrente CC). Válido: $5 \text{ mV} \ll nV_T = 50 \text{ mV}$.

3.14 (a) Retificador de meia onda: $v_o = v_i$ para $v_i > 0$ e 0 para $v_i < 0$. (b) Meia onda negativa: $v_o = v_i$ para $v_i < 0$ e 0 acima. (c) Limitador em 0: o diodo conduz para $v_i > 0$ e prende v_o em 0; para $v_i < 0$, $v_o = v_i$. (d) Limitador em +4 V: $v_o = v_i$ para $v_i < 4$ e $v_o = 4 \text{ V}$ acima. (e) Limitador em -4 V: $v_o = v_i$ para $v_i > -4$ e $v_o = -4 \text{ V}$ abaixo. (f) Limitador duplo: v_o ceifado em $\pm 4 \text{ V}$. (g) Meia onda com limiar: o diodo só conduz quando $v_i > 3 \text{ V}$, e então $v_o = v_i - 3$ (pico de 7 V); abaixo, $v_o = 0$. (h) O Zener limita em +5 V (ruptura) e, diretamente polarizado e ideal, prende v_o em 0 para $v_i < 0$: $v_o = v_i$ só entre 0 e 5 V. As características de transferência são retas de inclinação 1 nos intervalos de condução descritos e horizontais nos intervalos de limitação.

3.15 (a) $v_o = v_i - 0,7$ para $v_i > 0,7 \text{ V}$, pico de 9,3 V. (d) Limita em $4 + 0,7 = 4,7 \text{ V}$. (g) Conduz para $v_i > 3,7 \text{ V}$, com $v_o = v_i - 3,7$ e pico de 6,3 V. Cada diodo em condução soma 0,7 V ao limiar.